

# Zusammenfassung zu Lagebeziehungen im $\mathbb{R}^3$

## ❶ Gerade mit Gerade

$$g: \vec{x} = \vec{p} + r \cdot \vec{u} \quad (r \in \mathbb{R}) \quad \text{und} \quad h: \vec{x} = \vec{q} + r \cdot \vec{v} \quad (r \in \mathbb{R})$$

Die Lage zweier Geraden im $\mathbb{R}^3$	rein vektoriell	Richtungsvektoren und Stützpunkte	Gleichungssystem $g = h$
g identisch h	$\vec{u}$ und $\vec{v}$ sind linear		g = h hat $\infty$ viele Lösungen
	$\vec{u}, \vec{v}$ und $(\vec{p} - \vec{q})$ sind linear	P liegt auf h und Q liegt auf g	
g parallel zu h	$\vec{u}$ und $\vec{v}$ sind linear abhängig		g = h hat
	$\vec{u}, \vec{v}$ und $(\vec{p} - \vec{q})$ sind linear	P liegt nicht auf h und Q liegt nicht auf g	
g schneidet h	$\vec{u}$ und $\vec{v}$ sind linear		g = h hat genau eine Lösung
	$\vec{u}, \vec{v}$ und $(\vec{p} - \vec{q})$ sind linear abhängig	über P und Q sind keine Aussagen möglich	
g windschief zu h	$\vec{u}$ und $\vec{v}$ sind linear unabhängig		g = h hat
	sind linear unabhängig		

## ❷ Gerade mit Ebene

$$g: \vec{x} = \vec{p} + r \cdot \vec{u} \quad (r \in \mathbb{R}) \quad \text{und} \quad E: \vec{x} = \vec{q} + s \cdot \vec{v} + t \cdot \vec{w} \quad (s, t \in \mathbb{R})$$

Die Lage zweier Geraden im $\mathbb{R}^3$	rein vektoriell	Richtungs-, Spannvekt. und Stützpunkte	Gleichungssystem $g = E$
g liegt in E	$\vec{u}, \vec{v}$ und $\vec{w}$ sind linear		g = E hat $\infty$ viele Lösungen
	$\vec{v}, \vec{w}$ und $(\vec{p} - \vec{q})$ sind linear	P liegt in E und Q liegt auf g	
g parallel zu E	$\vec{u}, \vec{v}$ und $\vec{w}$ sind linear		g = E hat
	$\vec{v}, \vec{w}$ und $(\vec{p} - \vec{q})$ sind linear	P liegt nicht in E und Q liegt nicht auf g	
g schneidet E	$\vec{u}, \vec{v}$ und $\vec{w}$ sind linear		g = E hat

## ❸ Ebene mit Ebene

$$E: \vec{x} = \vec{p} + s \cdot \vec{v} + t \cdot \vec{w} \quad (s, t \in \mathbb{R}) \quad \text{und} \quad F: \vec{x} = \vec{q} + s \cdot \vec{a} + t \cdot \vec{b} \quad (s, t \in \mathbb{R})$$

Die Lage zweier Ebenen im $\mathbb{R}^3$	rein vektoriell	Spannvektoren und Stützpunkte	Gleichungssystem $E = F$
E identisch F	$\vec{v}, \vec{w}$ und $\vec{a}$ sind linear abhängig und $\vec{v}, \vec{w}$ und $\vec{b}$ sind linear abhängig		E = F hat
	$\vec{v}, \vec{w}$ und $(\vec{p} - \vec{q})$ sind linear	P liegt und Q liegt	
E parallel zu F	$\vec{v}, \vec{w}$ und $\vec{a}$ sind linear abhängig $\vec{v}, \vec{w}$ und $\vec{b}$ sind linear abhängig		E = F hat
	$\vec{v}, \vec{w}$ und $(\vec{p} - \vec{q})$ sind linear unabhängig	P liegt nicht in F Q liegt nicht in E	
E schneidet F	$\vec{v}, \vec{w}$ und $\vec{a}$ sind linear unabhängig $\vec{v}, \vec{w}$ und $\vec{b}$ sind linear unabhängig		E = F hat