Relationen

1.1 Definitionen einer (zweistelligen) Relation

Eine Relation ist ein geordnetes Tripel (A,B,R), bestehend aus

zwei ________ A und B sowie einer Teilmenge ________________________

R = { ______________________________ } $\subseteq A \times B$

1.2 Eigenschaften von Relationen

❶ Ordnen Sie die folgenden Begriffe den entsprechenden Definitionen zu: antireflexiv, antisymmetrisch (identitiv), asymmetrisch, reflexiv, symmetrisch, transitiv

(1) Eine Relation heißt ______________________________,
wenn $\forall$ a $\in$ M gilt: a ~ a

(2) Eine Relation heißt ______________________________,
wenn $\forall$ a,b,c $\in$ M gilt: a ~ b und b ~ c $\Rightarrow$ a ~ c

(3) Eine Relation heißt ______________________________,
wenn $\forall$ a,b $\in$ M gilt: a ~ b $\Rightarrow$ b ~ a

(4) Eine Relation heißt ______________________________,
wenn für kein a $\in$ M gilt: a ~ a

(5) Eine Relation heißt ______________________________,
wenn $\forall$ a,b $\in$ M gilt: a ~ b $\Rightarrow$ $\neg$(b ~ a)

(6) Eine Relation heißt ______________________________,
wenn $\forall$ a,b $\in$ M gilt: a ~ b und b ~ a $\Rightarrow$ a = b.

Achtung:
Es gibt Relationen, die keine der genannten Eigenschaften besitzen!

❷ Finden oder konstruieren Sie zu jeder der genannten Eigenschaften zwei Relationen, die diese erfüllen.

❸ Bewerten Sie die folgende Aussage: antireflexiv = nicht reflexiv

❹ Wie hängen die Eigenschaften antisymmetrisch und asymmetrisch miteinander zusammen?

1.3 Besondere Relationen – Ordnungsrelation

(7) Eine Relation (A,A,R), die reflexiv, antisymmetrisch und transitiv ist, heißt ***Ordnungsrelation***.

(8) Eine Relation (A,A,R), die asymetrisch und transitiv ist, heißt ***strenge Ordnungsrelation***.

❺ Finden oder konstruieren Sie zu beiden Definitionen zwei Relationen, die diese erfüllen.

❻ Wo liegen die Unterschiede zwischen Ordnungsrelation und strenger Ordnungsrelation?

❼ Welche Vorteile bietet das Konzept der Ordnungsrelation?

1.4 Besondere Relationen – Äquivalenzrelation

Eine Relation (A,A,R), die reflexiv, symmetrisch und transitiv ist, heißt ***Äquivalenzrelation***.

Die ***Äquivalenzklasse*** von x unter einer Äquivalenzrelation ~, ist die Menge: $[x] = \{y \in X | \ y \sim x\}$

❽ Finden oder konstruieren Sie zwei Äquivalenzrelationen.

❾ Welche Vorteile bietet das Konzept der Äquivalenzrelation?

---

❿ a) Warum beschäftigen wir uns mit Relationen?

❿ b) Inwieweit und auf welchen Stufen liegt der Begriff der Relation der Schulmathematik implizit als Leitprinzip zugrunde, ohne den Schülern bewusst gemacht zu werden?

❿ c) Inwieweit sollte der Relationsbegriff explizit Gegenstand des schulischen Mathematikunterrichts sein?

Weiterführende Literatur:

🕮 Lexikon der Mathematik, Vierter Band Spektrum 2002, Stichwort „Relation“ S. 387-389